7 Étude de la contre-réaction

7.1 Introduction

Grâce à la contre-réaction (aussi appelée réaction négative) appliquée aux amplificateurs, on obtient des résultats dont l'importance pratique est grande. Les résultats les plus représentatifs sont :

- la **stabilisation du gain** originel dont la valeur est généralement très variable d'un composant à l'autre et sensible à la température ou au vieillissement ;
- la **réduction des distorsions non-linéaires** dues essentiellement à la caractéristique des diodes et transistors ;
- l'**extension de la bande passante** des amplificateurs ;
- la **réduction du bruit électronique** inévitablement présent dans les composants ;
- le **contrôle des impédances** d'entrée ou de sortie.

Lorsqu'on applique une **réaction négative**, une partie du signal de sortie est soustrait au signal d'entrée. Cette modification entraîne une **stabilisation** du signal de sortie par rapport aux variations possibles de la valeur des composants formant l'amplificateur ; c'est l'objet de ce chapitre.

Lorsqu'on applique une **réaction positive**, une partie du signal de sortie est ajouté au signal d'entrée. Cette modification entraîne, par effet d'avalanche, une **déstabilisation** du signal de sortie. Cet effet est recherché dans le cas des circuits comparateurs ou des oscillateurs que l'on étudiera au chapitre suivant.

Remarque : Il n'est pas rare, si sa conception n'est pas soignée, qu'un amplificateur se transforme en un oscillateur ou bien, comme chacun d'entre nous l'a vécu une fois ou l'autre, qu'un "accrochage" se produise entre un microphone et un haut-parleur ; le système d'amplification sonore se transforme alors en un oscillateur assourdissant (effet Larsen). Dans ces deux cas, les circonstances font que le système a passé d'une réaction négative (système stable) à une réaction positive (système instable, puis oscillant à cause des non linéarités inhérentes au système).

7.2 Équations de la contre-réaction

Le schéma fonctionnel de la contre-réaction est donné à la figure 7.1. En plus de l'entrée X, de la sortie Y, du signal de contre-réaction Y_f et de l'écart E, on y trouve le sommateur Σ, le gain A de l'amplificateur et le taux de contre-réaction β. A partir de ce schéma, on peut écrire les 2 équations suivantes :

$$E = X - \beta Y \tag{7.1}$$
$$Y = A E \tag{7.2}$$

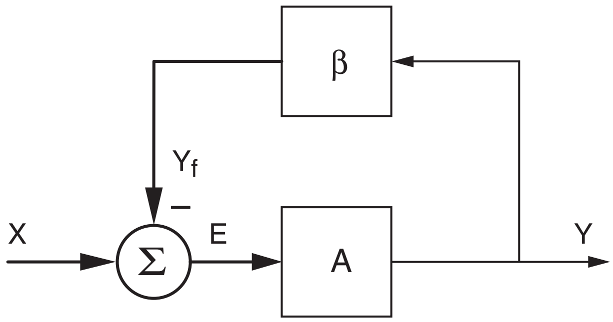


Fig. 7.1: Schéma général de la contre-réaction

Portant la première équation dans la seconde, il vient :

$$Y = A X - A \beta Y$$

$$Y (1 + \beta A) = A X$$

On en déduit alors que le signal de sortie Y est relié au signal d'entrée X par la relation fondamentale de la contre-réaction :

$$Y = \frac{A}{1 + A \beta} X \tag{7.3}$$

Les grandeurs d'écart E et de réaction Y_f peuvent également être reliées au signal d'entrée ; on montre en effet sans difficulté que l'on a :

$$E = \frac{1}{1 + A \beta} X \tag{7.4}$$

$$Y_f = \frac{A \beta}{1 + A \beta} X \tag{7.5}$$

On notera que le produit $A\beta$ est généralement désigné sous le nom de *gain en boucle ouverte* G_{bo} ou, plus, simplement, *gain de boucle*

$$G_{bo} \equiv \frac{Y_f}{E} = A\beta \tag{7.6}$$

La fonction de transfert en boucle fermée G_{bf} est définie par le rapport entre la sortie Y et l'entrée X :

$$G_{bf} \equiv \frac{Y}{X} = \frac{A}{1 + A \beta} \tag{7.7}$$

On voit immédiatement que, si le gain de boucle $A \beta$ est très élevé, la fonction de transfert en boucle fermée se réduit à l'inverse du taux de réaction :

$$G_{bf} = \frac{1}{\beta} \quad \text{lorsque} \quad A \beta \gg 1 \tag{7.8}$$

L'avantage, dans ce cas, réside dans le fait que le gain en boucle fermée G_{bf} ne dépend que du taux de contre-réaction β fixé par les composants externes et pas du gain A de l'amplificateur, souvent variable.

Il est important de relever que, suivant les unités des grandeurs d'entrée X et de sortie Y, le gain en boucle fermée G_{bf} peut représenter :

– un *gain en tension* si X et Y sont des tensions ; alors
$$[G_{bf}] = [V/V] \qquad \text{et} \qquad [\beta] = [V/V]$$
– un *gain en courant* si X et Y sont des courants ; alors
$$[G_{bf}] = [A/A] \qquad \text{et} \qquad [\beta] = [A/A]$$
– une *transconductance* si X est une tension et Y un courant ; alors
$$[G_{bf}] = [A/V] \qquad \text{et} \qquad [\beta] = [V/A]$$
– une *transimpédance* si X est un courant et Y une tension ; alors
$$[G_{bf}] = [V/A] \qquad \text{et} \qquad [\beta] = [A/V]$$

7.3 Contre-réaction et amplificateurs

Lors de l'étude des circuits linéaires à amplificateurs opérationnels, on a bien compris que ces applications utilisaient la contre-réaction. On peut dès lors se demander quelles relations existent entre leur schéma et l'équation générale de la contre-réaction :
$$Y = \frac{A}{1 + A\,\beta}\,X \rightarrow \frac{1}{\beta} \quad \text{si} \quad A\beta \gg 1 \tag{7.9}$$
Dans les exemples qui suivent, on prendra la peine de bien distinguer entre l'approche “circuit” et l'approche “contre -réaction”.

7.3.1 Amplificateur non-inverseur

Approche circuit Considérant le schéma d'un amplificateur non-inverseur (figure 7.2) réalisé avec un amplificateur opérationnel à gain A_{ao} fini, on tire immédiatement les deux équations suivantes :
$$U_2 = +A_{ao}\,U_{in}$$
$$U_{in} = U_1 - U_f = U_1 - U_2\,\frac{R_1}{R_1 + R_2}$$
Portant la deuxième équation dans la première, il vient
$$U_2 = +A_{ao}\left(U_1 - U_2\,\frac{R_1}{R_1 + R_2}\right)$$
Résolvant par rapport à U_2, on obtient :
$$U_2 = \frac{A_{ao}}{1 + A_{ao}\frac{R_1}{R_1+R_2}}\,U_1 \tag{7.10}$$
$$U_2 = \frac{R_1 + R_2}{R_1}\,U_1 \quad \text{si} \quad A_{ao} \rightarrow \infty \tag{7.11}$$

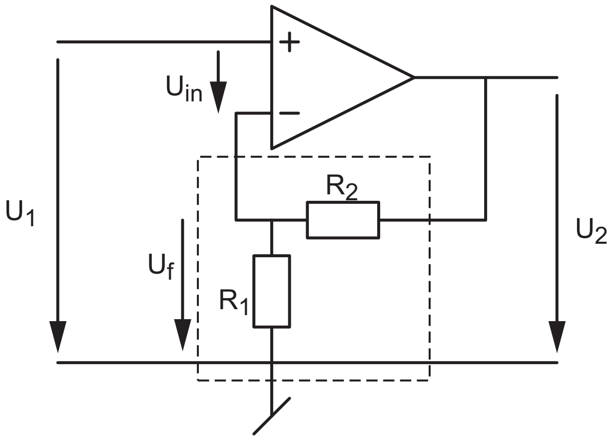


FIG. 7.2: Schéma d'un amplificateur non inverseur

Approche contre-réaction Comparant ce résultat à celui de la contre-réaction

$$Y = \frac{A}{1 + A\,\beta}\,X \quad \text{où} \quad \left\{ \begin{array}{l} X = U_1 \\ \\ Y = U_2 \end{array} \right.$$

on voit immédiatement que :

1. le gain A de la contre réaction est équivalent au gain de l'amplificateur A_{ao}
$$A = A_{ao} \tag{7.12}$$
2. le taux de contre réaction β est déterminé par le diviseur de tension constitué des résistances R_1 et R_2
$$\beta = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \tag{7.13}$$
3. l'inverse de celui-ci donne le gain théorique (lorsque $A_{ao} \rightarrow \infty$) de l'amplificateur non inverseur :
$$\frac{1}{\beta} = 1 + \frac{R_2}{R_1} = \frac{U_2}{U_1} \tag{7.14}$$

On a donc une équivalence évidente entre le schéma de la contre réaction et celui d'un amplificateur non inverseur. Cela n'est pas toujours vrai comme le montrent les deux circuits suivants.

7.3.2 Amplificateur inverseur

Approche circuit Considérant le schéma de l'amplificateur inverseur de la figure 7.3, on tire immédiatement les deux équations suivantes :

$$U_2 = -A_{ao}\,U_{in}$$

$$U_{in} = U_1 \frac{R_2}{R_1 + R_2} + U_2 \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

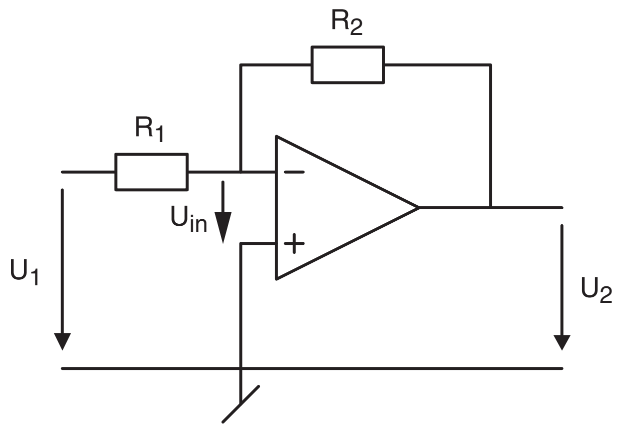


FIG. 7.3: Schéma d'un amplificateur inverseur

Portant la deuxième équation dans la première, il vient

$$U_2 = -A_{ao}\left(U_1\frac{R_2}{R_1+R_2} + U_2\frac{R_1}{R_1+R_2}\right)$$

Résolvant par rapport à U_2, on obtient :

$$U_2 = -\frac{A_{ao}\,\frac{R_2}{R_1+R_2}}{1+A_{ao}\,\frac{R_1}{R_1+R_2}}\,U_1 \tag{7.15}$$

De manière à faire apparaître une expression similaire à celle de la contre-réaction, on peut également écrire cette équation sous la forme suivante :

$$U_2 = -\frac{A_{ao}\,\frac{R_2}{R_1+R_2}}{1+A_{ao}\,\frac{R_2}{R_1+R_2}\,\frac{R_1}{R_2}}\,U_1 \tag{7.16}$$

$$U_2 = -\frac{R_2}{R_1}\,U_1 \quad \text{si} \quad A_{ao}\rightarrow\infty \tag{7.17}$$

Approche contre-réaction Comparant ce résultat à celui de la contre-réaction

$$Y = \frac{A}{1+A\,\beta}\,X$$

on en déduit que :

1. le gain A de la contre-réaction dépend du gain A_{ao} de l'amplificateur opérationnel et des résistance externes R_1 et R_2 :

$$A = A_{ao}\,\frac{R_2}{R_1+R_2} \tag{7.18}$$

2. le taux de contre-réaction est déterminé par le rapport des résistances externes :

$$\beta = \frac{R_1}{R_2} \tag{7.19}$$

3. le rapport $R_2/R_1 = 1/\beta$ représente le gain théorique de l'amplificateur inverseur et le signe moins de l'équation (7.16) traduit le changement de signe dû à la configuration inverseuse

$$U_2 = -\frac{R_2}{R_1} U_1 \tag{7.20}$$

Contrairement au cas précédent, il n'y a pas d'équivalence évidente entre le schéma de la contre réaction et celui d'un amplificateur inverseur.

7.3.3 Convertisseur courant-tension

Approche circuit Le schéma d'un convertisseur courant-tension est donné à la figure 7.4. Prenant en compte la résistance d'entrée R_{in} de l'amplificateur, ses équations s'écrivent :

$$U_2 = -R\,(I_1 - I_{in}) + U_{in}$$
$$U_2 = -A_{ao}\,U_{in}$$
$$U_2 = -A_{ao}\,R_{in}\,I_{in}$$

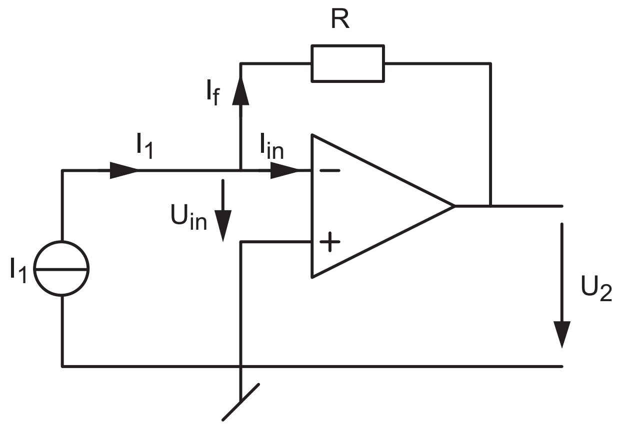


Fig. 7.4: Schéma d'un convertisseur courant-tension

Tirant U_{in} et I_{in} des deux premières équations et portant ces résultats dans la troisième, on obtient :

$$U_2 \left(1 + \frac{1}{A_{ao}}\left(1 + \frac{R}{R_{in}}\right)\right) = -R\,I_1$$

Faisant l'hypothèse (souvent vérifiée) que la résistance de contre-réaction R est beaucoup plus grande que la résistance d'entrée R_{in} de l'amplificateur, ce résultat s'écrit :

$$U_2 \left(1 + \frac{1}{A_{ao}} \frac{R}{R_{in}}\right) \simeq -R\,I_1$$

On en déduit donc que la tension de sortie créée par le courant d'entrée I_1 vaut :

$$U_2 \;=\; -\frac{1}{\frac{1}{R} + \frac{1}{A_{ao}R_{in}}}\,I_1$$

ou bien

$$U_2 = -\frac{A_{ao}R_{in}}{1+\frac{A_{ao}R_{in}}{R}} I_1 \qquad (7.21)$$

$$U_2 = -R\,I_1 \quad \text{si} \quad A_{ao} \to \infty \qquad (7.22)$$

Approche contre-réaction Comparant ce résultat à celui de la contre-réaction

$$Y = \frac{A}{1+A\,\beta} X$$

on en déduit que

1. le gain de contre-réaction A dépend du gain A_{ao} de l'amplificateur opérationnel et de sa résistance d'entrée R_{in} :
$$A = A_{ao}R_{in} \qquad (7.23)$$
2. le taux de contre-réaction est déterminé par la résistance externe R :
$$\beta = \frac{1}{R} \qquad (7.24)$$
3. la résistance $R = 1/\beta$ représente le gain théorique du convertisseur dont l'équation est
$$U_2 = -RI_1 \qquad (7.25)$$
4. le signe moins de l'équation (7.21) ne fait que traduire le changement de signe dû à la configuration inverseuse.

7.4 Propriétés de la contre-réaction

7.4.1 Stabilisation du gain en boucle fermée

Nous avons vu que le gain en boucle fermée est donné par l'équation générale de la contre-réaction :

$$G_{bf} \equiv \frac{Y}{X} = \frac{A}{1+A\,\beta} = \frac{1}{\beta}\frac{1}{1+\frac{1}{A\,\beta}} \qquad (7.26)$$

La deuxième forme de cette équation met bien en évidence le fait que la précision du gain théorique $1/\beta$ dépend directement de la valeur du gain de boucle $A\beta$.

Exemple : Considérant un amplificateur non-inverseur de gain théorique $A_u = 100$ réalisé avec un amplificateur opérationnel dont le gain A_{ao} vaut en moyenne 200'000 mais au moins 50'000, on aimerait connaître la valeur exacte du gain A_u.

Solution : On a vu que, pour l'amplificateur non inverseur, on a :

$$\beta = \frac{1}{A_u} = \frac{1}{100}$$

et que le gain A n'est autre que le gain A_{ao} de l'amplificateur opérationnel.

Considérant les deux valeurs de gain de l'AO, on voit que le gain réel de l'amplificateur non inverseur vaudra en moyenne :

$$A_{u,\,moy} = \frac{1}{\beta}\,\frac{1}{1+\frac{1}{A\beta}} = 100\,\frac{1}{1+\frac{100}{200'000}} = 99.95$$

et au minimum

$$A_{u,\,min} = \frac{1}{\beta}\,\frac{1}{1+\frac{1}{A\beta}} = 100\,\frac{1}{1+\frac{100}{50'000}} = 99.80$$

On constate ainsi que le gain réel est très proche du gain théorique et que malgré une faible contre-réaction ($\beta = 1/100$), une variation de 400% du gain de l'amplificateur opérationnel n'entraîne qu'une altération de 0.15% sur le gain en boucle fermée.

7.4.2 Augmentation de la bande-passante

Dans le cas où l'on s'intéresse au comportement fréquentiel d'un amplificateur, il est nécessaire de tenir compte du fait que, de manière générale, son gain dépend de la fréquence. Dans le cas où cette dépendance peut être représentée par une réponse fréquentielle d'ordre 1, le gain de l'amplificateur s'écrit

$$A = A(jf) = \frac{A_0}{1 + jf/f_{bo}} \tag{7.27}$$

Produit gain·fréquence

Une propriété importante de ce *modèle passe-bas d'ordre 1* est de posséder un produit gain-fréquence constant car la pente de -20 dB/décade signifie simplement que si la fréquence augmente d'un facteur 10, le gain diminue d'autant. Leur produit est donc constant. On a donc

$$A(f)\cdot f = \text{cte} \quad \text{lorsque} \quad f \gg f_c$$

D'un point de vue asymptotique, on peut relever les fréquences et les gains correspondants suivants

$$\begin{array}{ccc} f_{bo} & \longleftrightarrow & A_{bo} \\ f_T & \longleftrightarrow & 1 \end{array}$$

Comme leur produit est une constante, on a bien évidemment

$$A_0 f_{bo} = A(f)\cdot f = 1\cdot f_T$$

et en particulier

$$f_T = A_0 f_{bo} \tag{7.28}$$

La fréquence f_T porte le nom de *fréquence de transition* ou produit "gain·bande passante" (GBW : Gain BandWidth product). C'est cette valeur f_T ou GBW qui est donnée dans les caractéristiques des AO et non la fréquence de coupure f_{bo}. On remarque ainsi que le modèle passe-bas d'ordre 1 conduit au fait que

> **le produit gain-bande passante (GBW) est une constante égale à la fréquence de transition f_T.**

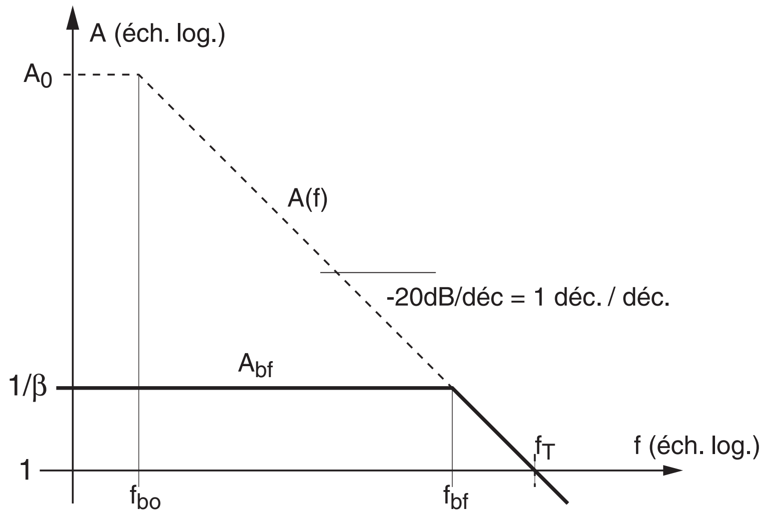


FIG. 7.5: Réponses fréquentielles de l'amplificateur et du système contre-réactionné

Réponse fréquentielle en boucle fermée

Comme un amplificateur réalisé à partir d'un amplificateur opérationnel est un amplificateur contre-réactionné, sa réponse fréquentielle s'écrit :

$$A_{bf}(jf) = \frac{A(jf)}{1 + A(jf)\beta} = \frac{1}{\beta} \frac{1}{1 + \frac{1}{A(jf)\beta}} \tag{7.29}$$

Prenant en compte l'équation (7.27), il vient alors :

$$\begin{aligned}
A_{bf}(jf) &= \frac{1}{\beta} \frac{1}{1 + \frac{1 + jf/f_{bo}}{A_0 \beta}} \\
&= \frac{1}{\beta} \frac{1}{1 + \frac{1}{A_0\beta} + \frac{jf}{f_{bo} A_0 \beta}} \\
&= \frac{1}{\beta} \frac{1}{1 + \frac{1}{A_0\beta}} \; \frac{1}{1 + \frac{jf}{f_{bo} A_0 \beta \left(1 + \frac{1}{A_0\beta}\right)}} \\
&= \frac{1}{\beta} \frac{1}{1 + \frac{1}{A_0\beta}} \; \frac{1}{1 + \frac{jf}{f_{bo}(1 + A_0\beta)}}
\end{aligned}$$

Dans ce résultat, on retrouve le gain DC rencontré dans l'équation (7.26) et la fréquence caractéristique de l'amplificateur en boucle fermée qui augmente avec le gain de boucle $A_0\beta$

$$f_{bf} = f_{bo}\,(1 + A_0\beta) \tag{7.30}$$

Dans le cas où le gain de boucle est bien supérieur à l'unité ($A_0\beta \gg 1$), on obtient :

$$A_{bf}(jf) = \frac{1}{\beta}\,\frac{1}{1 + \frac{jf}{f_T\,\beta}} \tag{7.31}$$

Cette réponse fréquentielle est caractérisée par son gain en continu $A_{dc} = 1/\beta$ et sa fréquence de coupure $f_{bf} = f_T\,\beta$. On en déduit donc (figure 7.5) que

le gain de l'amplificateur contre-réactionné diminue avec le taux de contre-réaction β alors que sa bande passante augmente

$$A_{dc,\,bf} = \frac{1}{\beta} \qquad f_{bf} = f_T\,\beta = A_0 f_{bo}\,\beta \tag{7.32}$$

Exemple Comme illustration, on considère ici un *amplificateur non inverseur* réalisé avec les résistances $R_1 = 10\,[k\Omega]$, $R_2 = 100\,[k\Omega]$ et un amplificateur opérationnel caractérisé par
- son gain basses-fréquences $A_{ao} = 100'000$;
- sa fréquence de transition $f_T = 2\,[MHz]$.

Partant de là, on souhaite calculer son gain et sa bande passante.

Solution : Dans le cas où l'on admet que la réponse fréquentielle de l'AO est décrite par un modèle d'ordre 1

$$A_{AO}(jf) = \frac{A_{ao}}{1 + \frac{jf}{f_{ao}}} \tag{7.33}$$

on a

$$A_{ao} = 100'000\,\frac{[V]}{[V]} \qquad f_{ao} = \frac{f_T}{A_{ao}} = \frac{2\,MHz}{100'000} = 20\,[Hz]$$

Concernant l'amplificateur non inverseur, on sait, selon les équations (7.12) et (7.13), que le gain et le taux de contre-réaction sont décrits par

$$A_0 = A_{ao} = 100'000\,\left[\frac{V}{V}\right]$$

$$\beta = \frac{R_1}{R_1 + R_2} = \frac{10\,k\Omega}{110\,k\Omega} = \frac{1}{11}$$

De l'équation (7.32), on en déduit le gain de l'amplificateur non inverseur

$$A_U = \frac{1}{\beta} = \frac{R_1 + R_2}{R_1} = 11$$

et sa bande passante

$$\begin{aligned} f_{bf} = A_0\, f_{bo}\, \beta &= A_{ao}\, f_{ao}\, \beta \\ &= 100 \cdot 10^3 \left[\frac{V}{V}\right] 20Hz\, \frac{1}{11} \\ &= 182\, kHz \end{aligned}$$

On peut noter qu'en remplaçant chacun des coefficients de f_{bf} par son expression littérale, on obtient

$$f_{bf} = A_{ao}\, f_{ao}\, \frac{R_1}{R_1 + R_2} = f_T\, \beta \quad \text{avec} \quad f_T = A_{ao}\, f_{ao}$$

d'où

$$f_{bf} = f_T\, \frac{R_1}{R_1 + R_2} \tag{7.34}$$

On en conclut que la bande passante f_{bf} d'un amplificateur réalisé à partir d'un AO dépend directement de la fréquence de transition de celui-ci et des résistances qui déterminent le gain.

Remarque : Il est important de noter que *ce résultat est également valable pour les amplificateurs inverseurs.*

7.4.3 Réduction du bruit

On considère, pour ce qui suit, que l'on a affaire à une source de bruit additive N qui peut se trouver soit dans l'étage d'entrée, soit dans l'étage de sortie. Suivant le cas, on aura affaire à l'un ou l'autre des deux schémas proposés dans la figure 7.6.

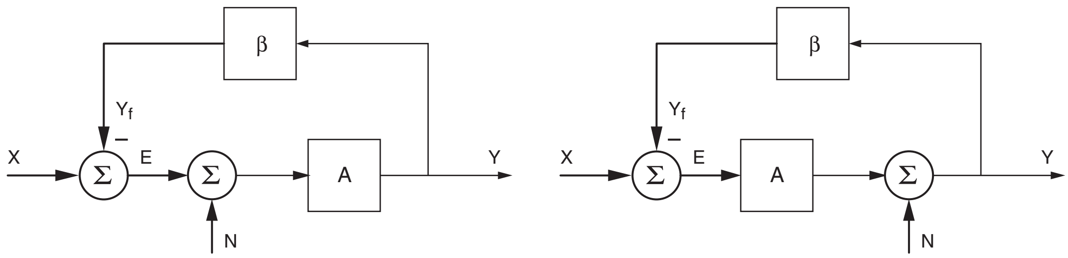


FIG. 7.6: Schémas de contre-réaction avec source de bruit

Source de bruit en entrée

Considérant le premier schéma de la figure 7.6 et utilisant le théorème de superposition, on peut calculer séparément l'effet du signal d'entrée X et celui du bruit N. On montre alors sans difficulté que la sortie vaut :

$$Y = \frac{A}{1 + A\beta}\, X + \frac{A}{1 + A\beta}\, N$$

$$Y = \frac{A}{1 + A\beta}\,(X + N) \tag{7.35}$$

On voit immédiatement que dans ce cas le rapport signal sur bruit ne peut pas être amélioré puisque le signal X et le bruit N sont amplifiés de la même manière.

Source de bruit en sortie

Considérant le deuxième schéma de la figure 7.6 et utilisant le théorème de superposition, on peut calculer séparément l'effet du signal d'entrée X et celui du bruit N. On obtient alors :

$$Y = \frac{A}{1 + A\beta}\,X + \frac{1}{1 + A\beta}\,N \tag{7.36}$$

On voit immédiatement que dans ce cas le rapport signal sur bruit est directement amélioré par le gain A de l'amplificateur car l'amplification du signal X est A fois plus grande que celle du bruit N.

Remarque

Dans la réalité, c'est malheureusement la première situation qui est la plus fréquente et la contre-réaction ne peut pas, dans ce cas, améliorer le rapport signal sur bruit. Cela oblige donc le concepteur à construire, lorsque cela est nécessaire, des amplificateurs spécifiques à faible niveau de bruit.

7.4.4 Diminution de la distorsion non-linéaire

Une distorsion non linéaire d'un signal s'observe chaque fois qu'un signal sinusoïdal est déformé par un système. En électronique, cela est fréquemment dû à la saturation d'un amplificateur qui entraîne un aplatissement du signal ou à une tension de seuil avant conduction des transistors ou diodes (amplificateur push-pull, par exemple). La distorsion se situant généralement dans l'amplificateur, le schéma fonctionnel de la contre-réaction est alors celui de la figure 7.7.

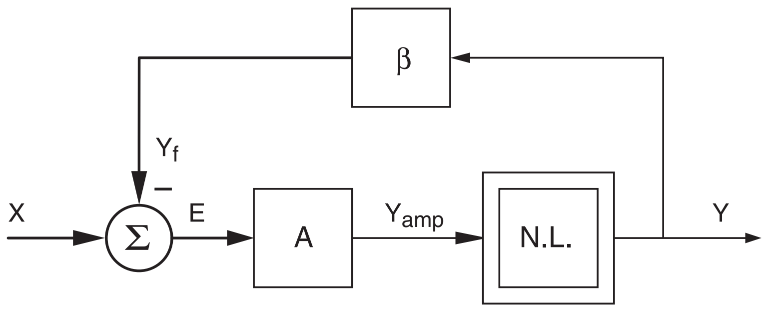


Fig. 7.7: Schéma d'un système non linéaire contre-réactionné

Comme le signal de sortie Y est une fonction non-linéaire de l'écart E amplifié par le gain A, on peut le décrire par une série de Taylor évaluée autour de son point de fonctionnement :

$$Y = f(A\,E) = a_0 + a_1(AE) + a_2(AE)^2 + a_3(AE)^3 + \cdots \tag{7.37}$$

Considérant que les distorsions n'introduisent généralement pas de tension de décalage, ni d'amplification, on a $a_0 = 0$ et $a_1 = 1$, la sortie s'écrit :

$$Y = f(A\,E) = AE + a_2(AE)^2 + a_3(AE)^3 + \cdots \tag{7.38}$$

Comme l'écart vaut $E = X - \beta Y$, il vient :

$$Y = A(X - \beta Y) + a_2\,A^2(X - \beta Y)^2 + a_3\,A^3(X - \beta Y)^3 + \cdots$$

En regroupant les termes non-linéaires sous la désignation NL, on obtient

$$Y = AX - A\beta Y + NL$$

$$\text{d'où} \quad Y = \frac{A}{1 + A\beta}X + \frac{1}{1 + A\beta}NL \tag{7.39}$$

$$\simeq \frac{1}{\beta}X + \frac{1}{A\beta}NL \quad \text{si } A\beta \text{ est élevé} \tag{7.40}$$

On constate ainsi que les termes non-linéaires sont d'autant plus faibles que le gain de boucle $A\beta$ est grand et que la sortie Y tend vers l'idéal si le gain de boucle tend vers l'infini :

$$Y = \frac{1}{\beta}X \quad \text{si} \quad A\beta \to \infty \tag{7.41}$$

Une illustration des effets de seuil et de saturation avec leur correction interne par l'amplificateur est donnée dans les figures 7.9 et 7.8.

7.5 Modification des impédances d'entrée et de sortie

La nécessité d'avoir, suivant les applications, des amplificateurs à haute ou faible impédance d'entrée ou de sortie oblige le concepteur de circuits à considérer l'effet de différents types de contre-réaction. Celle-ci peut se faire sous forme de courant ou de tension. On pourra ainsi réaliser des amplificateurs de tension, de courant, à transconductance ou à transimpédance. Une présentation, sans démonstration, des propriétés associées aux quatre types de contre-réactions est faite dans le paragraphe suivant.

Afin de montrer les calculs sousjacents à ces propriétés et mettre en évidence les effets de la CR au travers des paramètres A et β, voici un exemple illustratif.

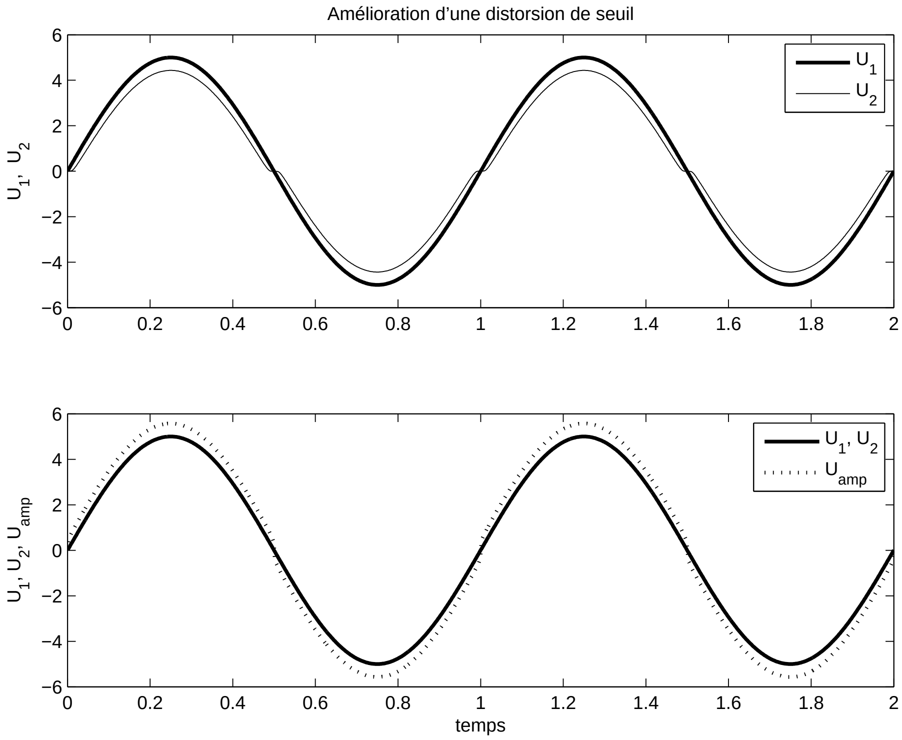


Fig. 7.8: Distorsion causée par un seuil

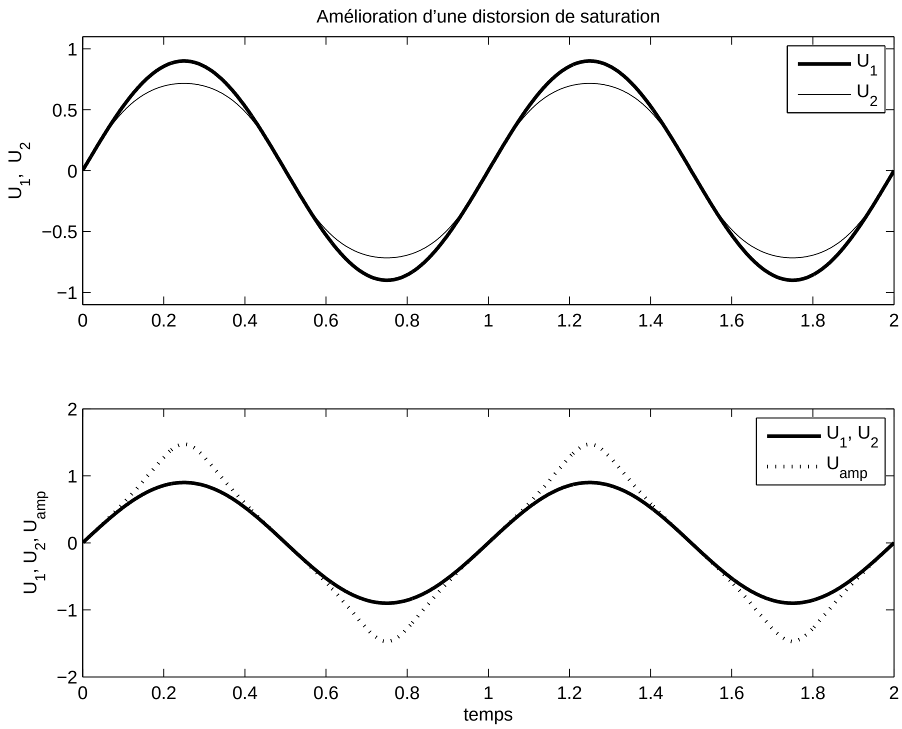


Fig. 7.9: Distorsion due à une saturation

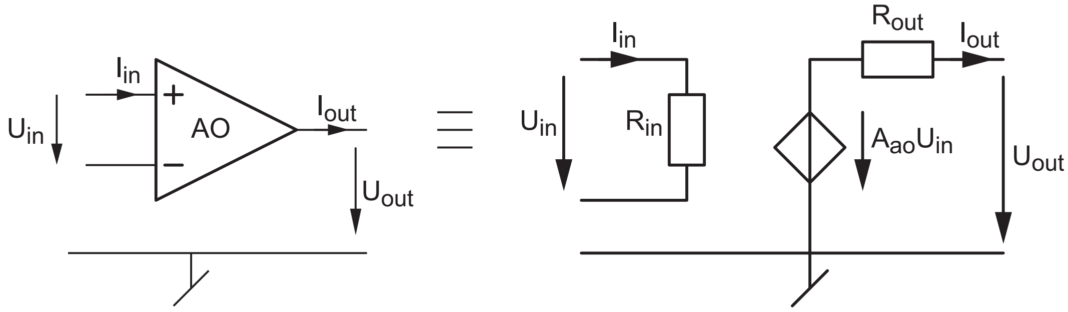
Calcul d'une résistance d'entrée en boucle fermée On considère un amplificateur non inverseur (figure 7.10) dont on souhaite calculer la résistance d'entrée. Cet amplificateur est réalisé avec les résistances

$$R_1 = 10\,[k\Omega], \quad R_2 = 90\,[k\Omega]$$

et un AO à entrée différentielle bipolaire caractérisé par :
– son gain $A_{ao} \simeq 100'000$;
– sa résistance d'entrée $R_{in} \simeq 10\,[k\Omega]$;
– sa résistance de sortie $R_{out} \simeq 100\,\Omega$;
– ses équations :

$$U_{in} = I_{in} R_{in} \tag{7.42}$$

$$U_{out} = A_{ao}\, U_{in} - R_{out}\, I_{out} \tag{7.43}$$



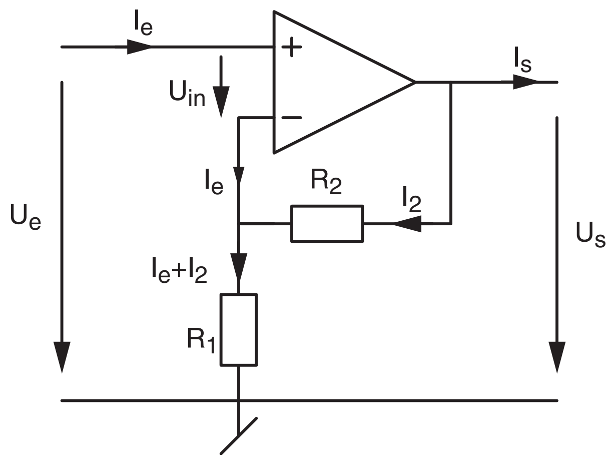


Fig. 7.10: Amplificateur opérationnel et amplificateur non inverseur

Solution Observant que les courants I_e et I_{in} sont les mêmes, la figure 7.10 permet alors d'écrire les équations suivantes :

$$U_e = R_{in} I_e + R_1\,(I_e + I_2) \tag{7.44}$$

$$U_{out} = R_2 I_2 + R_1\,(I_e + I_2) \tag{7.45}$$

Pour ne pas compliquer inutilement les calculs, on admettra que la chute de tension dans R_{out} est négligeable par rapport à la tension de sortie ; on a alors :

$$U_{out} = A_{ao} U_{in} - R_{out}\, I_{out} \simeq A_{ao} U_{in} = A_{ao} R_{in} I_e \tag{7.46}$$

Des équations (7.45) et (7.46), on tire :

$$I_2 = \frac{A_{ao} R_{in} - R_1}{R_1 + R_2}\, I_e \tag{7.47}$$

Portant ce résultat dans l'équation (7.44), on obtient

$$U_e = R_{in} I_e + R_1 \left(1 + \frac{A_{ao} R_{in} - R_1}{R_1 + R_2}\right) I_e$$

$$U_e = R_{in} I_e + R_1 \left(\frac{R_2}{R_1 + R_2} + \frac{A_{ao} R_{in}}{R_1 + R_2}\right) I_e$$

On voit ainsi que la résistance d'entrée de l'amplificateur non inverseur vaut

$$R_e \equiv \frac{U_e}{I_e} = R_{in} \left(1 + A_{ao} \frac{R_1}{R_1 + R_2}\right) + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \tag{7.48}$$

Se souvenant que, du point de vue de la contre-réaction, on a

$$A = A_{ao}\,, \qquad \beta = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

il vient

$$R_e = R_{in}\,(1 + A\,\beta) + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \tag{7.49}$$

Ce résultat montre que, du point de vue de l'utilisateur, la résistance d'entrée R_{in} de l'AO est augmentée du facteur $(1 + A\,\beta)$ grâce à l'apport de la contre réaction et qu'à cette valeur vient s'ajouter l'effet des résistances R_1 et R_2 du circuit.

L'application numérique conduit au résultat suivant

$$\begin{aligned} R_e &= 10\,k\Omega \left(1 + 10^5\, \frac{1}{10}\right) + \frac{10\,k\Omega \cdot 90\,k\Omega}{100\,k\Omega} \\ &= 10\,k\Omega + 10^5\,k\Omega + 9\,k\Omega \simeq 100\,M\Omega \end{aligned}$$

Remarques :

1. Comme souvent le gain de boucle $A\,\beta$ est très supérieur à 1, on a :

$$R_e = (1 + A\,\beta)\; R_{in} + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \simeq R_{in}\,(1 + A\beta) \tag{7.50}$$

2. De manière similaire, on peut montrer que la résistance de sortie R_s d'un amplificateur de tension est beaucoup plus faible que R_{out} et qu'elle vaut :

$$R_s = (R_1 + R_2)\; // \frac{R_{out}}{1 + A\beta} \simeq \frac{R_{out}}{1 + A\beta} \tag{7.51}$$

3. Pour mémoire, on rappellera que la bande passante d'un amplificateur à contre réaction vaut :

$$f_{bf} = (1 + A\,\beta)\, f_{bo} \tag{7.52}$$

7.6 Conclusion

Des exemples que nous venons de voir, on retiendra la conclusion générale suivante.

> **Grâce à la contre-réaction et à un gain de boucle élevé, les caractéristiques des amplificateurs ainsi réalisés s'approchent de l'idéal.**

$$A_{U,I} = \frac{A}{1 + A\,\beta} \simeq \frac{1}{\beta} = A_{U,I,ideal} \text{ si } A\beta \gg 1$$

De plus, les résistances d'entrée/sortie, la bande passante, les non linéarités, etc. sont modifiées dans le sens souhaité pour améliorer le comportement du système contre-réactionné grâce à une multiplication ou une division par le facteur $(1 + A\,\beta)$:

$$R'_{in} = R_{in}\,(1 + A\beta) \quad \text{ou} \quad \frac{R_{in}}{1 + A\beta}$$

$$R'_{out} = R_{out}\,(1 + A\beta) \quad \text{ou} \quad \frac{R_{out}}{1 + A\beta}$$

$$f_{bf} = f_{bo}\,(1 + A\beta)$$

$$NL_{bf} = \frac{NL_{bo}}{1 + A\beta}$$

7.7 Amplificateurs et contre-réaction

7.7.1 Deux approches complémentaires

Du **point de vue de l'utilisateur**, un système électronique est représenté globalement par un quadripôle (figure 7.11a) dont le comportement est décrit par les grandeurs d'entrée-sortie que sont les tensions U_1, U_2, les courants I_1, I_2 ou, mieux encore, par :

– le gain en tension ou le gain en courant

$$A_{U0} \equiv \left.\frac{U_2}{U_1}\right|_{I_2=0} \qquad A_{I0} \equiv \left.\frac{I_2}{I_1}\right|_{U_2=0}$$

– les résistances d'entrée et de sortie

$$R_e \equiv \left.\frac{U_1}{I_1}\right|_{U_2=0} \qquad R_s \equiv \left.\frac{U_2}{I_2}\right|_{U_1=0}$$

Du **point de vue du concepteur**, ce système électronique contenant des composants passifs et actifs est représenté par les paramètres du modèle de base de l'amplificateur de tension (figure 7.11b) :

– le gain A_0 en tension ou en courant

$$A_0 \equiv \left.\frac{U_{out}}{U_{in}}\right|_{I_{out}=0} \qquad \text{ou} \qquad A_0 \equiv \left.\frac{I_{out}}{I_{in}}\right|_{U_{out}=0}$$

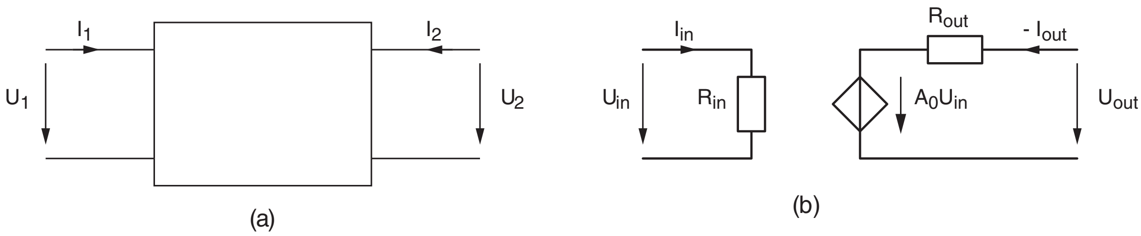


Fig. 7.11: Modèles d'un quadripôle et d'un amplificateur

– les résistances d'entrée et de sortie

$$R_{in} \equiv \left.\frac{U_{in}}{I_{in}}\right|_{U_{out}=0} \qquad R_{out} \equiv \left.\frac{U_{out}}{-I_{out}}\right|_{U_{in}=0}$$

L'étude des systèmes au travers de la contre-réaction prend en compte ces deux points de vue, elle fait leur synthèse et permet de calculer aisément les grandeurs "utilisateur" que sont A_{U0}, R_e, R_s à partir des paramètres "concepteur" tels que A_{ao}, R_{in}, R_{out}, A, β (figure 7.12).

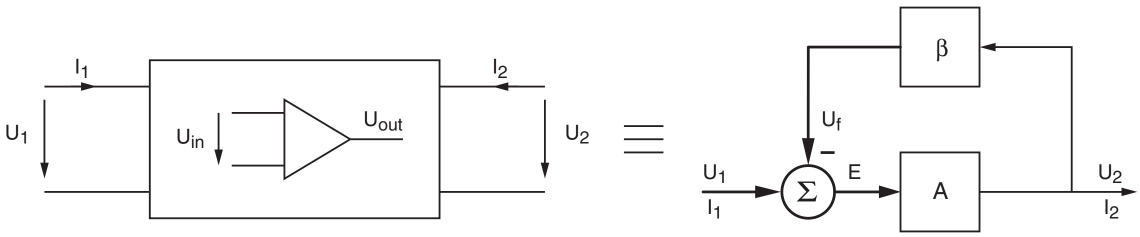


Fig. 7.12: Interprétation d'un circuit du point de vue de la contre-réaction

7.7.2 Les quatre types de contre-réaction (CR)

Comme le gain A et le taux de contre-réaction β sont représentés par des quadripôles, il s'ensuit quatre types de connexions possibles pour les deux entrées et les deux sorties (figure 7.13) :

- CR de tension appliquée en tension ou connexion série-parallèle
- CR de courant appliquée en tension ou connexion série-série
- CR de tension appliquée en courant ou connexion parallèle-parallèle
- CR de courant appliquée en courant ou connexion parallèle-série

À ces quatre circuits correspondent les quatre fonctions de base de l'amplification, à savoir :

– l'amplificateur de tension avec

$$A = A_{U0} \equiv \left|\frac{U_{out}}{U_{in}}\right|_{I_{out}=0} \qquad \beta \equiv \left|\frac{U_f}{U_{out}}\right|_{I_f=0}$$

– l'amplificateur à transconductance avec

$$A = G_{M0} \equiv \left|\frac{I_{out}}{U_{in}}\right|_{U_{out}=0} \qquad \beta \equiv \left|\frac{U_f}{I_{out}}\right|_{I_f=0}$$

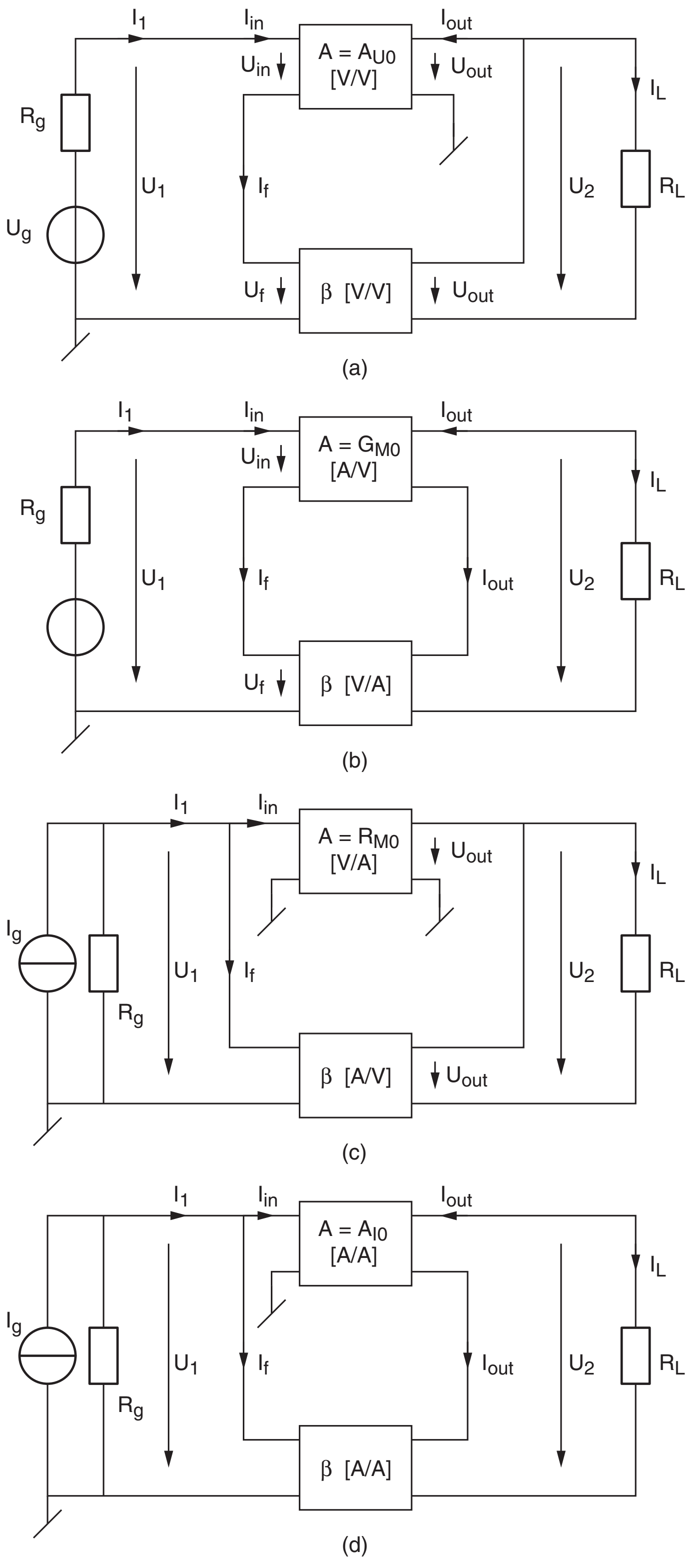


Fig. 7.13: Schémas des quatre types de contre-réaction

– l'amplificateur à transrésistance avec

$$A = R_{M0} \equiv \left|\frac{U_{out}}{I_{in}}\right|_{I_{out}=0} \qquad\qquad \beta \equiv \left|\frac{I_f}{U_{out}}\right|_{U_{in}=0}$$

– l'amplificateur de courant avec

$$A = A_{I0} \equiv \left|\frac{I_{out}}{I_{in}}\right|_{U_{out}=0} \qquad\qquad \beta \equiv \left|\frac{I_f}{I_{out}}\right|_{U_{in}=0}$$

Les grandeurs A et β sont prises en valeur absolue de manière à se libérer du signe des configurations inverseuses ou non.

7.7.3 Propriétés

La CR de tension appliquée en tension : amplificateur de tension

Elle effectue l'amplification d'une tension (figure 7.14) avec un circuit caractérisé par

$$A = A_{U0} \equiv \left|\frac{U_{out}}{U_{in}}\right|_{I_{out}=0} = A_0 \qquad \beta \equiv \left|\frac{U_f}{U_{out}}\right|_{I_f=0} = \frac{R_1}{R_1+R_2}$$

$$\Rightarrow \quad A\beta = A_{U0}\beta = A_0\,\frac{R_1}{R_1+R_2}$$

Les paramètres du système contre-réactionné, avec le cas particulier où $A\beta \gg 1$, sont :

1. le gain en tension :
$$A_U = \left.\frac{U_2}{U_1}\right|_{I_L=0} = \frac{A_{U0}}{1+A_{U0}\,\beta} \simeq \frac{1}{\beta} = \frac{R_1+R_2}{R_1}$$
2. la résistance d'entrée :
$$R_e = \left.\frac{U_1}{I_1}\right|_{I_L=0} = R_{in}\,(1+A_{U0}\,\beta) \simeq A_{U0}\,\beta\,R_{in}$$
3. la résistance de sortie :
$$R_s = \left.\frac{U_L}{-I_L}\right|_{U_1=0} = \frac{R_{out}}{1+A_{U0}\,\beta} \simeq \frac{R_{out}}{A_{U0}\,\beta}$$

La CR de courant appliquée en tension : amplificateur à transconductance

Elle effectue la conversion d'une tension en un courant (amplificateur à transconductance, figure 7.15) avec un circuit caractérisé par

$$A = G_{M0} \equiv \left|\frac{I_{out}}{U_{in}}\right|_{U_{out}=0} = \frac{A_0 U_{in}/R_{out}}{U_{in}} = \frac{A_0}{R_{out}} \qquad \beta \equiv \left|\frac{U_f}{I_{out}}\right|_{I_f=0} = R_1$$

$$\Rightarrow \quad A\beta = G_{M0}\beta = A_0\,\frac{R_1}{R_{out}}$$

Les paramètres du système contre-réactionné, avec le cas particulier où $A\beta \gg 1$, sont :

1. la transconductance :
$$G_M = \left.\frac{I_L}{U_1}\right|_{U_2=0} = \frac{G_{M0}}{1+G_{M0}\,\beta} \simeq \frac{1}{\beta}$$
2. la résistance d'entrée :
$$R_e = \left.\frac{U_1}{I_1}\right|_{I_L=0} = R_{in}\,(1+G_{M0}\,\beta) \simeq G_{M0}\,\beta\,R_{in}$$
3. la résistance de sortie :
$$R_s = \left.\frac{U_L}{-I_L}\right|_{U_1=0} = R_{out}\,(1+G_{M0}\,\beta) \simeq G_{M0}\,\beta\,R_{out}$$

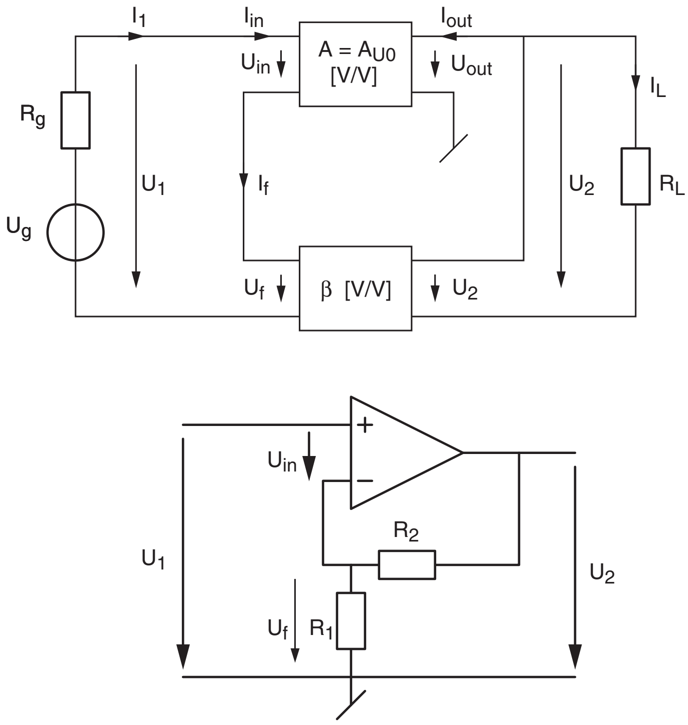


Fig. 7.14: Amplificateur de tension

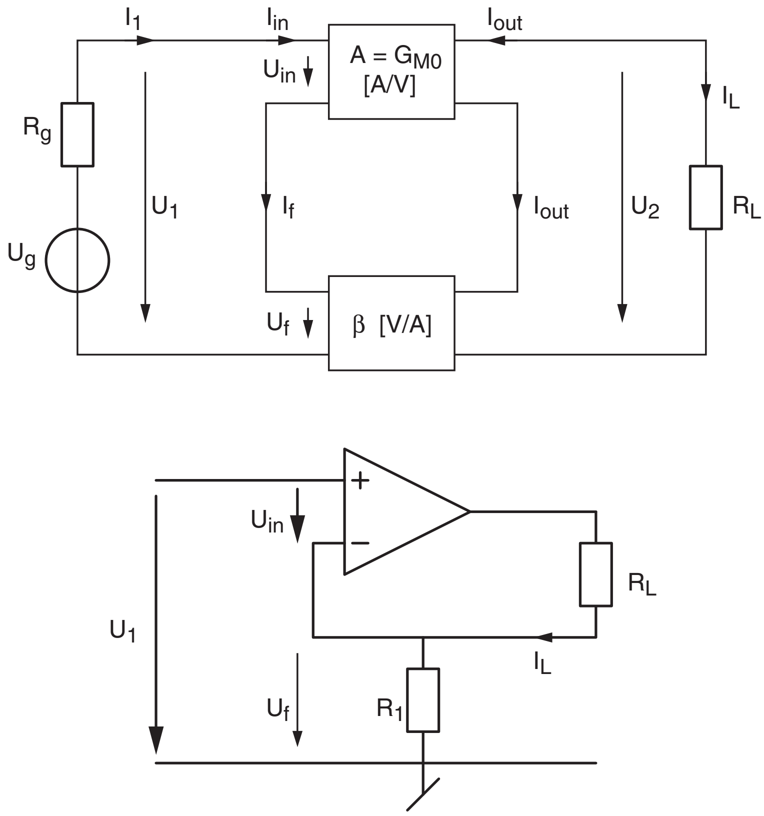


Fig. 7.15: Amplificateur à transconductance

La CR de tension appliquée en courant : amplificateur à transrésistance

Elle effectue la conversion d'un courant en une tension (amplificateur à transrésistance, figure 7.16) avec un circuit caractérisé par

$$A = R_{M0} \equiv \left|\frac{U_{out}}{I_{in}}\right|_{I_{out}=0} = \frac{A_0 U_{in}}{U_{in}/R_{in}} = A_0\, R_{in} \qquad \beta \equiv \left|\frac{I_f}{U_{out}}\right|_{U_{in}=0} = \frac{1}{R_2}$$

$$\Rightarrow \quad A\beta = R_{M0}\beta = A_0\,\frac{R_{in}}{R_2}$$

Les paramètres du système contre-réactionné, avec le cas particulier où $A\beta \gg 1$, sont :

1. la transrésistance :

$$R_M = \left.\frac{U_2}{I_1}\right|_{I_L=0} = \frac{R_{M0}}{1 + R_{M0}\,\beta} \simeq \frac{1}{\beta}$$

2. la résistance d'entrée :

$$R_e = \left.\frac{U_1}{I_1}\right|_{I_L=0} = \frac{R_{in}}{1 + R_{M0}\,\beta} \simeq \frac{R_{in}}{R_{M0}\,\beta}$$

3. la résistance de sortie :

$$R_s = \left.\frac{U_L}{-I_L}\right|_{U_1=0} = \frac{R_{out}}{1 + R_{M0}\,\beta} \simeq \frac{R_{out}}{R_{M0}\,\beta}$$

La CR de courant appliquée en courant : amplificateur de courant

Elle effectue l'amplification d'un courant (figure 7.17) avec un circuit caractérisé par

$$A = A_{I0} \equiv \left|\frac{I_{out}}{I_{in}}\right|_{U_{out}=0} = \frac{A_0 U_{in}/R_{out}}{U_{in}/R_{in}} = A_0\,\frac{R_{in}}{R_{out}} \qquad \beta \equiv \left|\frac{I_f}{I_{out}}\right|_{U_{in}=0} = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

$$\Rightarrow \quad A\beta = A_{I0}\beta = A_0\,\frac{R_{in}}{R_{out}}\,\frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

Les paramètres du système contre-réactionné, avec le cas particulier où $A\beta \gg 1$, sont :

1. le gain en courant :

$$A_I = \left.\frac{I_2}{I_1}\right|_{U_2=0} = \frac{A_{I0}}{1 + A_{I0}\,\beta} \simeq \frac{1}{\beta}$$

2. la résistance d'entrée :

$$R_e = \left.\frac{U_1}{I_1}\right|_{I_L=0} = \frac{R_{in}}{1 + A_{I0}\,\beta} \simeq \frac{R_{in}}{A_{I0}\,\beta}$$

3. la résistance de sortie :

$$R_s = \left.\frac{U_L}{-I_L}\right|_{U_1=0} = R_{out}\,(1 + A_{I0}\,\beta) \simeq A_{I0}\,\beta\,R_{out}$$

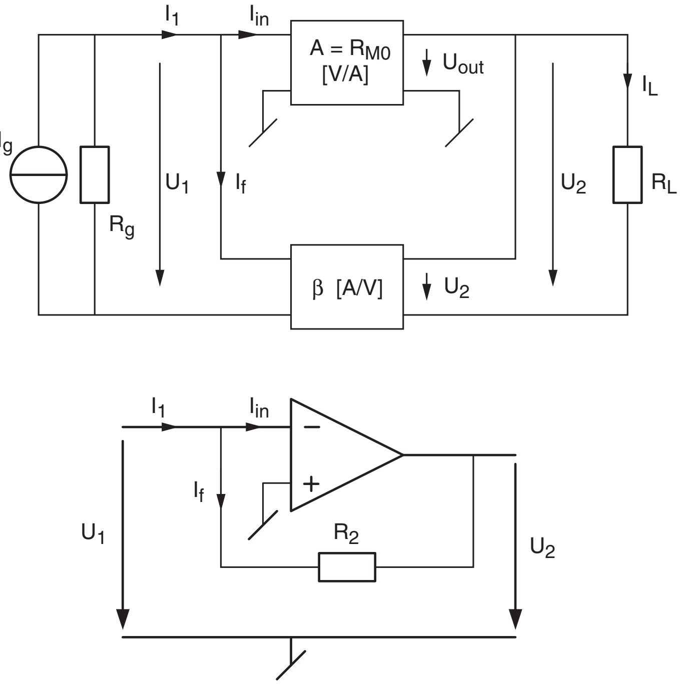


Fig. 7.16: Amplificateur à transrésistance

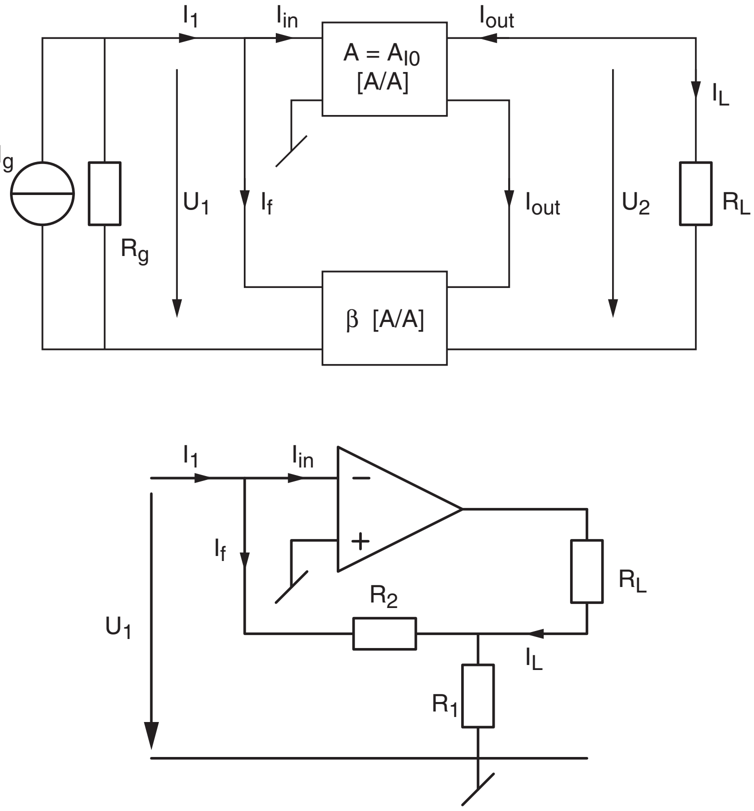


Fig. 7.17: Amplificateur de courant

7.8 Exercices

CR 1 : Dessinez le schéma général de la contre-réaction puis démontrez les relations suivantes :

$$Y = \frac{A}{1 + A\,\beta}\,X$$
$$E = \frac{1}{1 + A\,\beta}\,X$$
$$Y_f = \frac{A\,\beta}{1 + A\,\beta}\,X$$

CR 2 : Un signal $x(t) = 50\,mV\ \sin(2000\,\pi\,t)$ est appliqué à un amplificateur réalisé avec un gain $A = 1000$ et un taux de contre-réaction $\beta = 1/100$; calculez le signal de sortie $y(t)$, l'écart $e(t)$ et le signal de retour $y_f(t)$.

CR 3 : Considérant le schéma fonctionnel proposé à la figure 7.18 :

1. Calculez la fonction de transfert totale $H_{tot} = Y/X$.
2. Admettant que les 4 fonctions de transfert H_k représentent des filtres passe-bas décrits par
$$H_k(j\omega) = \frac{A_k}{1 + j\omega/\omega_k}$$
calculez et écrivez H_{tot} sous forme canonique.
3. Que valent le gain, les pulsations caractéristiques et facteur de qualité de H_{tot} ?
4. Que devient H_{tot} si le gain de boucle $H_2 \cdot H_3$ est beaucoup plus grand que 1 ?

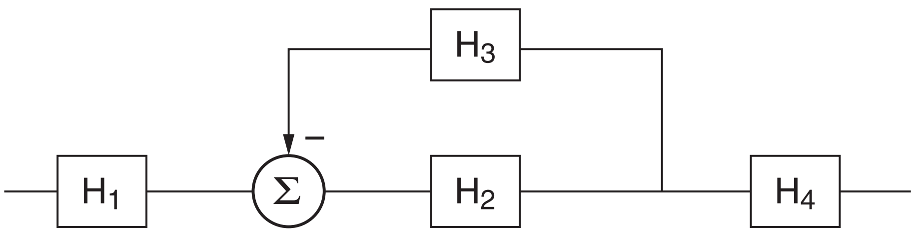


FIG. 7.18: Ex. CR 3

CR 4 : Considérant un amplificateur non inverseur (figure 7.19) réalisé avec un AO caractérisé par

$$A_0 = 10^5\,[\mathrm{V/V}], \quad R_{out} = 100\,[\Omega], \quad R_{in} \to \infty$$

1. À partir de l'observation du circuit, donnez une estimation de sa résistance de sortie R_s.
2. Écrivez les équations du circuit vous permettant de calculer sa résistance de sortie
$$R_s \equiv \left.\frac{U_s}{-I_s}\right|_{U_e=0}$$

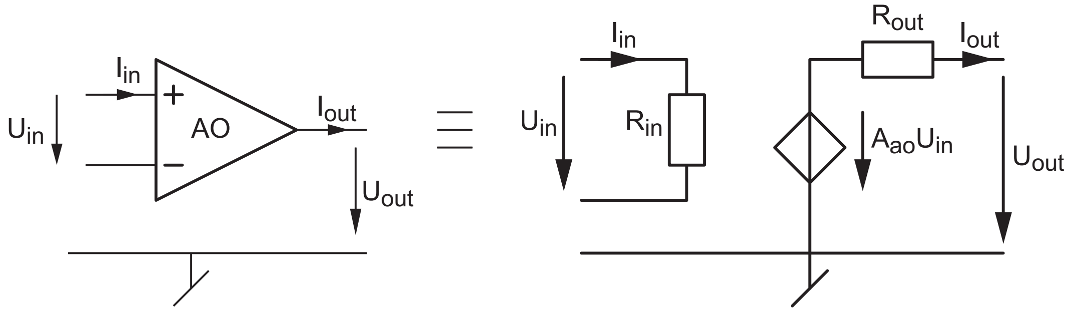
3. Sachant que pour un amplificateur non inverseur on a

$$A = A_0, \quad \beta = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

montrez que l'admittance de sortie s'écrit sous la forme attendue

$$Y_s \equiv \frac{1}{R_s} = \frac{1}{R_{out}}\,(1 + A\beta) + \frac{1}{R_1 + R_2}$$

qui est l'expression de la mise en parallèle de $R_{out}/(1 + A\beta)$ avec $(R_1 + R_2)$.



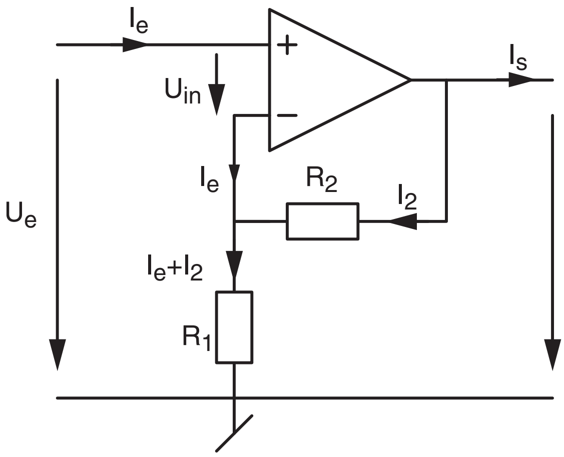


Fig. 7.19: Ex. CR 4

CR 5 : Considérant le circuit de la figure 7.20, on demande :

1. Dans le cas idéal (AO parfait),
   a) que vaut U_s ? quelle est la fonction du circuit ?
   b) vu du générateur de courant $\{I_g;\ R_g\}$, que vaut la résistance d'entrée du circuit ? quel est l'intérêt de cette valeur ?
   c) que vaut le taux de réaction β ? quelles seront les unités de A ?

2. Dans le cas où l'amplificateur opérationnel est caractérisé par

$$A_0 < \infty, \quad R_{in} < \infty, \quad R_{out} = 0$$

   a) calculez la résistance d'entrée du circuit $R_e = U_e/I_e$;
   b) montrez que son admittance d'entrée $Y_e = 1/R_e$ peut s'exprimer sous la forme

$$Y_e = Y_{in} + (1 + A_0)\, Y_2$$

   commentez ce résultat ;
   c) que valent les paramètres A et β de la CR ?

3. Calculez les valeurs numériques (avec unités) de A, β et R_e lorsque $A_0 = 10^5\,[V/V]$, $R_{in} = 10\,[k\Omega]$ et $R_2 = 1\,[k\Omega]$.

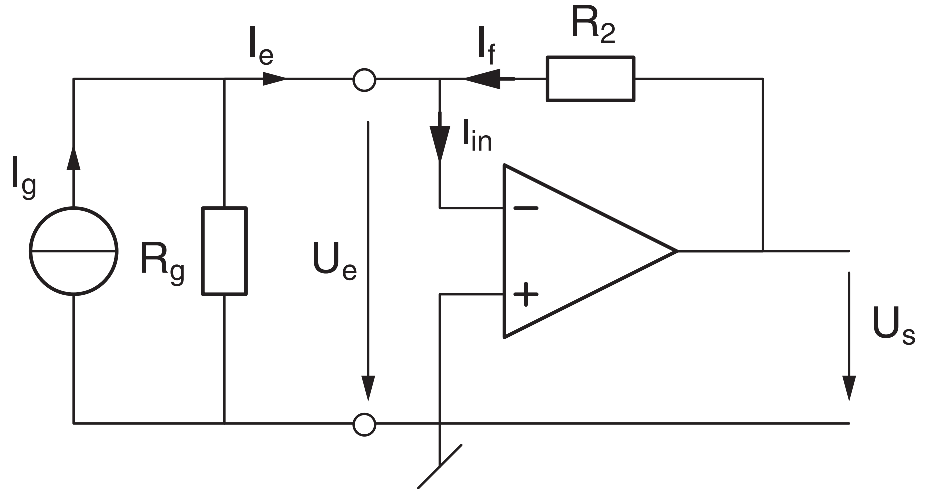


FIG. 7.20: Ex. CR 5

CR 6 : On considère un amplificateur opérationnel à haut gain ($A_0 \to \infty$) suivi d'une partie non-linéaire que l'on peut décrire par

$$U_{out} = \begin{cases} U_{AO} & \text{si } |U_{AO}| \leq U_{NL} \\ \frac{1}{2}\,(U_{AO} + U_{NL}) & \text{si } |U_{AO}| > U_{NL} \end{cases}$$

Cet AO est utilisé pour réaliser un amplificateur non inverseur de gain 10.

1. Dessinez le schéma de l'amplificateur non inverseur avec l'AO et sa non linéarité.
2. Dessinez la caractéristique non linéaire avec $U_{NL} = 5\,[V]$.
3. Admettant que le signal d'entrée $u_1(t)$ est un signal triangulaire d'amplitude 1 [V], calculez et esquissez les tensions d'entrée $u_1(t)$, de sortie $u_2(t)$ et celle précédant la non linéarité $u_{in}(t)$.

CR 7 : On désire réaliser un amplificateur non inverseur de gain $A_U = 100$ avec un amplificateur opérationnel caractérisé par

$$A_0 = 1000, \quad R_{in} = 1\,[k\Omega], \quad R_{out} = 100\,[\Omega]$$

1. Proposez un schéma. Que valent les paramètres de contre-réaction A, β ?
2. Calculez β et les résistances pour avoir $A_U = 100$.
3. Calculez les résistances d'entrée R_e et de sortie R_s de l'amplificateur ; peut-on espérer avoir $R_e > 100\,[k\Omega]$ et $R_s < 1\,[\Omega]$?
4. Admettant que la tension appliquée est fournie par un générateur de tension tel que
$$U_g = 0.1\,[V], \quad R_g = 1\,[k\Omega]$$
calculez la tension obtenue sur une charge R_L de 100 [Ω].

CR 8 : Pour chacun des 5 circuits de la figure 7.21 :

1. Identifiez le type de contre-réaction ; en d'autres mots, précisez s'il s'agit d'une CR de tension ou courant appliquée en tension ou courant.
2. Calculez le gain A, le taux de contre-réaction β et le gain de boucle $A\beta$; quelles sont leurs unités ?
3. Dans l'hypothèse où le gain de boucle $A\,\beta$ est très grand,
   a) quel est le gain de chaque circuit (valeurs et unités) ?
   b) que valent leur résistance d'entrée et de sortie ?

CR 9 : On veut réaliser un amplificateur inverseur avec les résistances $R_1 = 10\,k\Omega$, $R_2 = 90\,k\Omega$ et un AO caractérisé par son gain 200'000 [V/V] et sa fréquence de transition $f_T = 5\,MHz$.

1. Dessinez son schéma.
2. Calculez son gain A_U, sa fréquence caractéristique et sa constante de temps.
3. Dessinez les réponses fréquentielle et indicielle.
4. Quelle est la fréquence de coupure de l'AO ?

CR 10 : On considère un amplificateur perturbé par deux sources de bruit : N_1 en entrée et N_2 en sortie (voir figure 7.22).

1. Que vaut le gain $A_U = U_2/U_1$ de l'amplificateur non inverseur ?
2. Calculez l'effet de chacun de ces bruits sur la sortie : $U_{21} = U_2(N_1)$ et $U_{22} = U_2(N_2)$; quel moyen simple utilisez-vous pour faire ce calcul ?
3. Admettant $A = 10^5$ V/V, $\beta = 1/10$, $N_1 = 10\,mV_{eff}$ et $N_2 = 1\,V_{eff}$, calculez U_{21}, U_{22} et le bruit total en sortie
$$U_2 = \sqrt{U_{21}^2 + U_{22}^2}$$
4. Commentez et concluez.

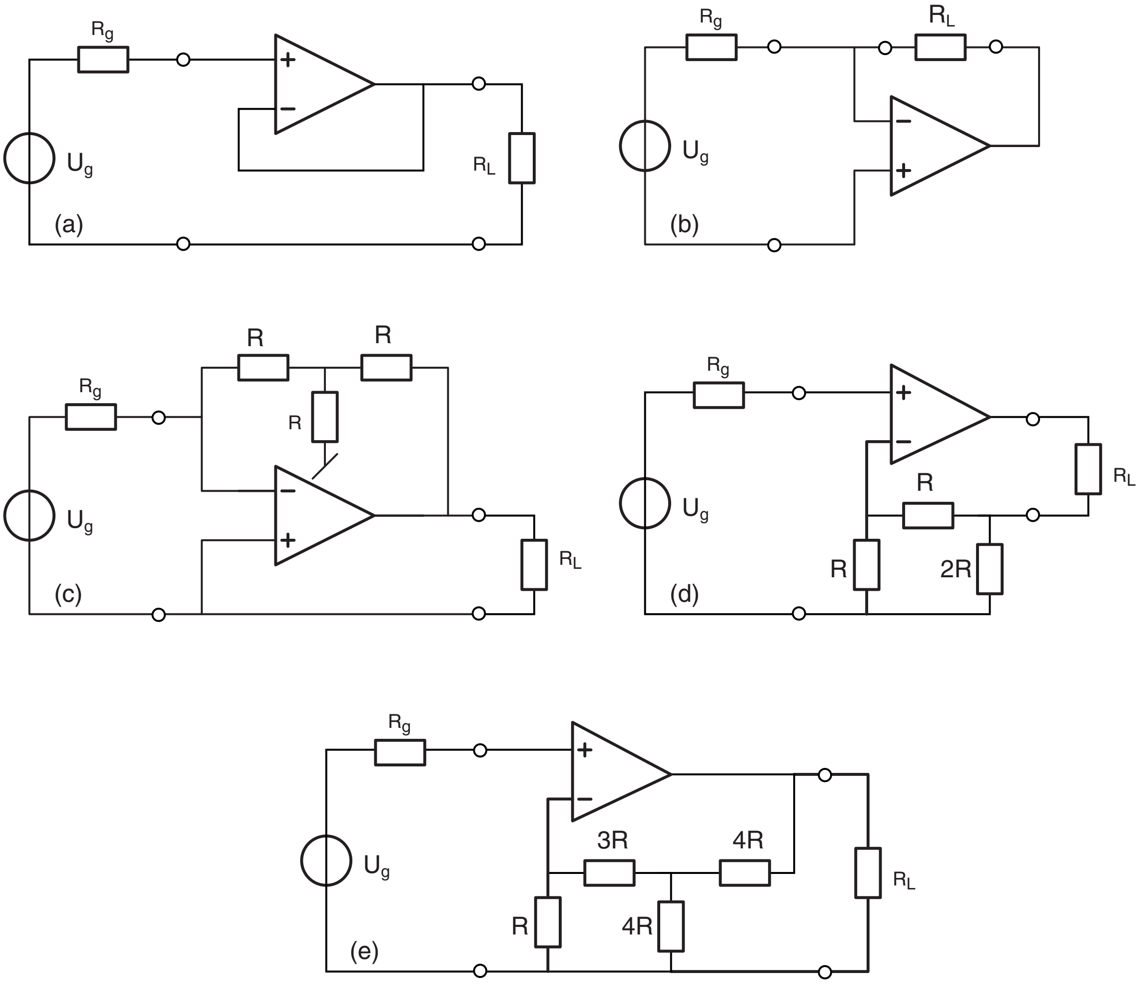


Fig. 7.21: Ex. CR 8

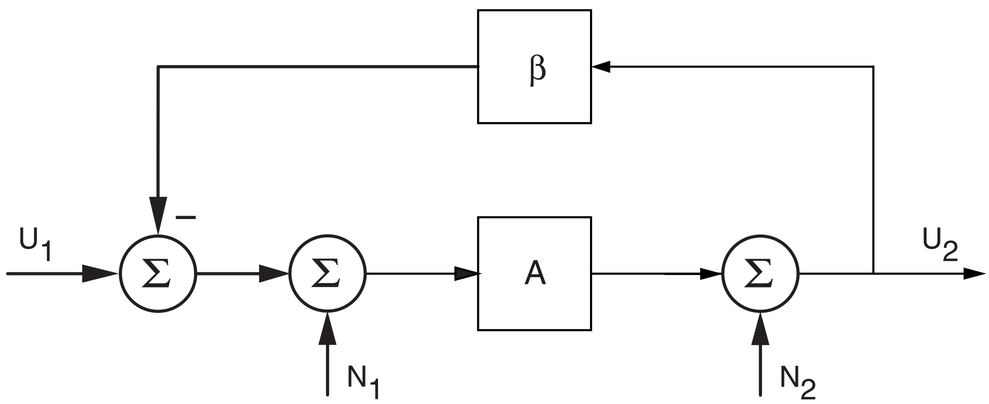


Fig. 7.22: Ex. CR 10

CR 11 : On veut réaliser les quatre configurations d'amplificateur avec un AO caractérisé par $A_0 = 10^4\,[\mathrm{V/V}]$, $R_{in} = 10\,[\mathrm{k\Omega}]$, $R_{out} = 100\,[\Omega]$ et $R_1 = R_2 = 1\,[\mathrm{k\Omega}]$. Précisez les fonctions de chaque configuration, calculez leurs paramètres et dessinez leur schémas équivalents.

Bibliographie

[1] A.R. Hambley, *Electronics, a top down approach*, Macmillan Publishing Company, New York, 1994

[2] U. Tietze, Ch. Schenk, *Electronic Circuits*, Springer Verlag, Berlin, 1991